

# Stabilité statique d'un corps flottant

## Calcul du moment de redressement

### Documentation du simulateur FLOTCOQ V1.00

---

## 1 - Objectif

Le simulateur Flotcoq permet d'étudier la stabilité d'un flotteur cylindrique de section arbitraire. Il traite le cas des monocoques et des multicoques. Le principe est de faire tourner le flotteur autour de son axe longitudinal et de calculer pour chaque valeur de l'angle de roulis (ou de gîte) la valeur du moment de redressement. Pour un angle positif petit, un moment de redressement positif tend à ramener le flotteur vers sa position d'équilibre (équilibre stable). Un moment négatif l'en écarte (équilibre instable).

Flotcoq permet de faire de l'expérimentation numérique, complémentaire de l'expérimentation physique avec de vrais flotteurs immergés, mais beaucoup plus rapide. Flotcoq permet d'obtenir simplement des résultats qui ne sont pas du tout intuitifs, et de vérifier pour les cas simples des résultats analytiques. Une très bonne introduction à cette approche est donnée par le lien suivant, dont un extrait est reproduit en Annexe 1 : [vivienfrederic.free.fr/irem/part3.pdf](http://vivienfrederic.free.fr/irem/part3.pdf)

Des informations complémentaires peuvent être trouvées dans le livre de R. Comolet : Mécanique expérimentale des fluides, tome 1 pages 40 à 51.

Le but est ici de montrer l'utilisation du simulateur HTML Flotcoq, accessible sur le site [www.tuclic.fr](http://www.tuclic.fr) : [Flotcoq](#). Les tests ont été faits avec Firefox.

## 2 - Paramètres d'affichage

De haut en bas :

- déplacement en X et en Y de l'affichage,
- zoom de l'affichage. Son utilisation peut être nécessaire pour séparer des points qui doivent être sélectionnés à la souris.

## 3 - Fonctions principales

L'utilisation de Flotcoq comporte 3 étapes :

- tracé de la géométrie du flotteur et introduction de ses caractéristiques physiques,

- calcul de la ligne de flottaison et des forces de poussée,
- affichage des résultats sous forme d'une courbe, ou exportation des résultats vers un tableur.

## 4 - Mode "Tracé"

### **a - Section du flotteur**

La figure sur fond noir (ou sur fond blanc pour une impression d'écran) représente la section du flotteur, supposée invariante suivant la longueur.

Les croix vertes indiquent les points de construction, reliés par des segments de droite jaunes.

La croix violette indique le centre de gravité G du flotteur.

### **b - Sélection d'un point**

On peut sélectionner un point de construction ou le centre de gravité avec la souris. Un point sélectionné est représenté par une croix rouge.

Un point trop proche d'un autre ne peut pas être sélectionné. On doit alors zoomer plus pour les séparer davantage et pouvoir en sélectionner un.

### **c - Déplacement d'un point**

On peut déplacer le point sélectionné avec la souris.

On peut également imposer numériquement les coordonnées X et Y en mètre du point sélectionné.

On ne peut pas déplacer un point trop près d'un autre point. En cas de nécessité, il faut zoomer davantage.

On ne peut pas modifier la coordonnée X des deux points situés sur l'axe de symétrie de la section du flotteur. Il en est de même pour le centre de gravité G.

### **d - Ajout et suppression d'un point**

On peut ajouter un point à la suite du point sélectionné (bouton "Ajouter un point"). Ce point est créé au milieu du segment qui suit le point sélectionné. Il peut être déplacé ensuite.

On peut supprimer le point sélectionné avec le bouton "Retirer un point".

On peut placer jusqu'à 100 points de construction sur la demi-coque droite.

### **e - Calcul du centre de gravité G**

Ce bouton permet de placer le centre de gravité dans le cas d'un flotteur homogène, comme un iceberg, ou dans le cas d'une symétrie horizontale.

Dans le cas contraire, on doit placer G avec la souris ou en indiquant son ordonnée Y.

Le bouton "Calcul de G" utilise les formules suivantes, lorsqu'on connaît les coordonnées  $x_i$ ,  $y_i$  des sommets d'un polygone :

Aire du polygone  $P_0(x_0, y_0), P_1(x_1, y_1), \dots, P_{n-1}(x_{n-1}, y_{n-1}), P_n(x_n, y_n) = P_0$  :

$$A = \sum_{i=0}^{n-1} (x_i \cdot y_{(i+1)} - x_{(i+1)} \cdot y_i)$$

Les coordonnées  $x_G$  et  $y_G$  du centre de gravité G de ce polygone sont :

$$x_G = \frac{1}{6 \cdot A} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} (x_i + x_{(i+1)}) \cdot (x_i \cdot y_{(i+1)} - x_{(i+1)} \cdot y_i)$$

$$y_G = \frac{1}{6 \cdot A} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} (y_i + y_{(i+1)}) \cdot (x_i \cdot y_{(i+1)} - x_{(i+1)} \cdot y_i)$$

#### **f - Autres paramètres du flotteur**

Les données suivantes sont :

- la longueur L du flotteur. Cette donnée est utile si on indique ensuite la masse du flotteur,
- la masse volumique moyenne du solide, qui permet de trouver la masse du flotteur après le calcul de son volume. Pour utiliser cette possibilité, après avoir défini la géométrie, cliquer sur la masse volumique du solide (celle de la glace par défaut), puis cliquer sur la valeur de la masse,
- on peut, de façon alternative, indiquer la masse réelle du flotteur, sans tenir compte de la masse volumique moyenne du flotteur. Comme précisé plus haut, le paramètre "Longueur" influe alors sur le résultat des calculs de flottaison,
- la masse volumique du liquide, par défaut celle de l'eau douce, joue sur la poussée d'Archimède,
- l'intensité de la pesanteur est un paramètre d'échelle des poussées et du moment de redressement.

#### **g - Sauvegarde des données**

Il est à tout moment possible d'enregistrer les données : géométrie, paramètres d'affichage et paramètres numériques, ou d'ouvrir un fichier de données préalablement enregistré. Cette possibilité repose sur les fonctions localStorage du HTML 5. Les 4 boutons "Enregistrer sous ...", "Ouvrir ...", "Parcourir ..." et "Suppression ..." permettent de gérer ces fichiers de données.

## 5 - Mode "Calcul"

L'angle de gîte (ou de roulis) est le paramètre imposé pour le calcul. Dès qu'une valeur de cet angle est entrée, numériquement ou avec le curseur, la ligne de flottaison est calculée pour que la poussée d'Archimède compense, au seuil de convergence près ( $10^{-12}$  par défaut), le poids  $P=m\cdot g$  du flotteur.

La croix couleur lilas indique la position du centre de poussée global, lui-même barycentre des centres de poussée des différents volumes immergés, affectés de leur volume comme coefficient.

Le centre de poussée d'un volume immergé (dans le cas d'un multicoque) est indiqué par une croix bleue clair. C'est le centre de gravité de ce volume immergé.

De l'eau peut être piégée dans des puits dans la partie supérieure du flotteur. Cette eau est à l'origine d'une poussée d'Archimède négative (poids de l'eau), dont les points d'application sont indiqués par une croix vert eau.

Le résultat du calcul est la valeur du moment de redressement en N.m. Une valeur positive a tendance à ramener le flotteur dans sa position d'équilibre initiale et à le faire tourner dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Le centre de poussée global est alors à droite du centre de gravité G (équilibre stable). Le métacentre, qui est le point d'application de la poussée d'Archimède, se trouve à la verticale du centre de poussée global. Comme la poussée d'Archimède est également verticale, on obtient deux forces torsoriellement équivalentes en appliquant cette poussée au métacentre ou au centre global de poussée (J-P. Pérez : Mécanique, fondements et applications). C'est pourquoi on peut utiliser la position du centre global de poussée pour calculer le moment de redressement du flotteur.

Une valeur négative du moment de redressement a tendance à faire s'écartier le flotteur de la position d'équilibre initiale et à le faire tourner dans le sens des aiguilles d'une montre. Le centre global de poussée est alors à gauche du centre de gravité G (équilibre instable).

Pour des valeurs de l'angle de roulis différentes de  $0^\circ$  et de  $180^\circ$ , le bouton "Ajouter à la courbe" permet d'incorporer ce point de calcul à la courbe.

Le bouton "Exporter les résultats" permet, après les avoir sélectionnés (bouton "Sel") d'exporter les valeurs des angles (abscisse) et des moments de redressement (ordonnée) vers un tableur comme Libreoffice Calc ou Excel (voir Annexe 2).

Le bouton "Courbe auto" calcule tous les moments avec un pas de 1 degré par défaut ( $180$  pas). Les résultats sont alors près pour être exportés, ou visualisés avec le bouton "Courbe". Les résultats des calculs antérieurs sont alors effacés.

## 6 - Mode "Courbe"

Ce mode permet de visualiser le moment de redressement en N.m en fonction de l'angle en degrés. Le bouton "Courbe auto" du mode "Calcul" est particulièrement efficace pour avoir un tracé précis.

Cette courbe contient toute les informations sur le comportement statique du flotteur :

- stabilité en position droite,
- angle de stabilité maximale,
- angles des équilibres stables et instables,
- comportement du flotteur renversé,
- moment maximum de redressement,
- angle de chavirement.

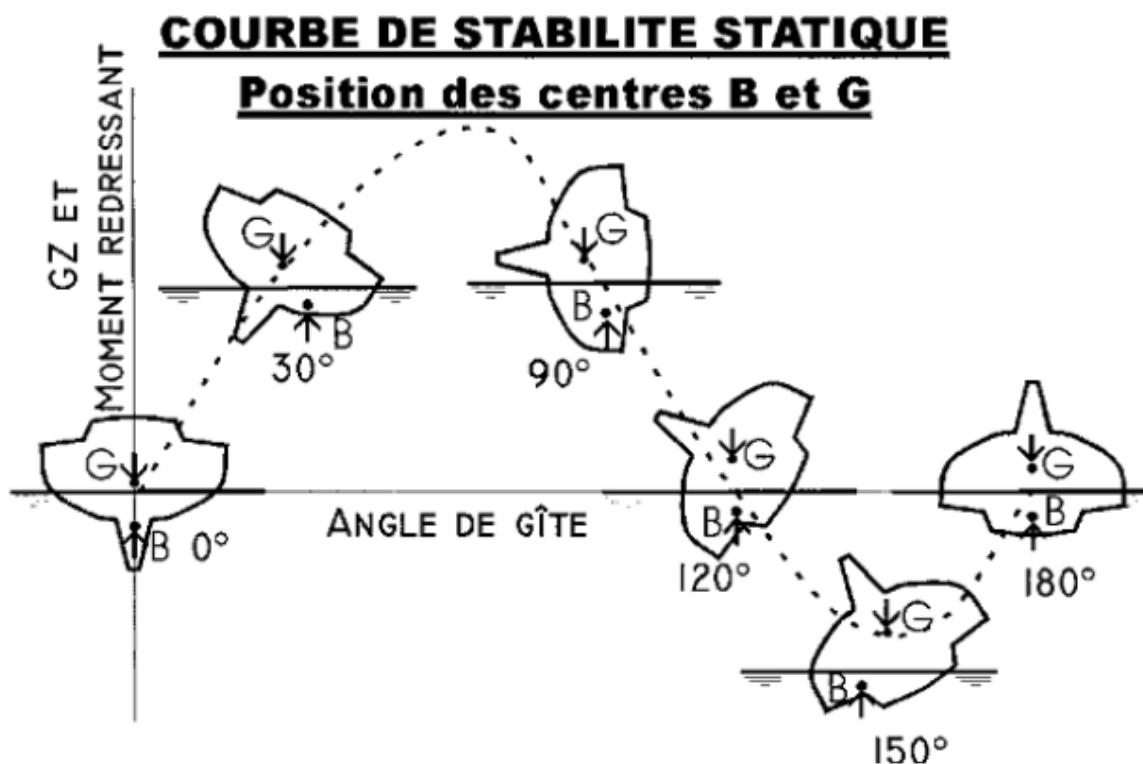
Cette courbe calculée pour une géométrie donnée du flotteur peut être comparée à celles de divers voiliers cités en Annexe 1.

## 7 - Annexe 1

Extraits d'un article publié dans BRYC, revue du Bruxelles Royal Yacht Club :

Il y est donné pour plusieurs angles de gîtes  $\theta$  la position du centre de gravité du navire (le point  $G$ ), le centre de poussée  $P = B$ .

Sur la figure on voit que plus le bateau s'incline, plus  $B = Q$  s'écarte de la verticale de  $G$ .



La tangente à la courbe au point d'origine est une représentation de la stabilité initiale du bateau : plus la pente est raide, plus le bateau est stable en position droite.

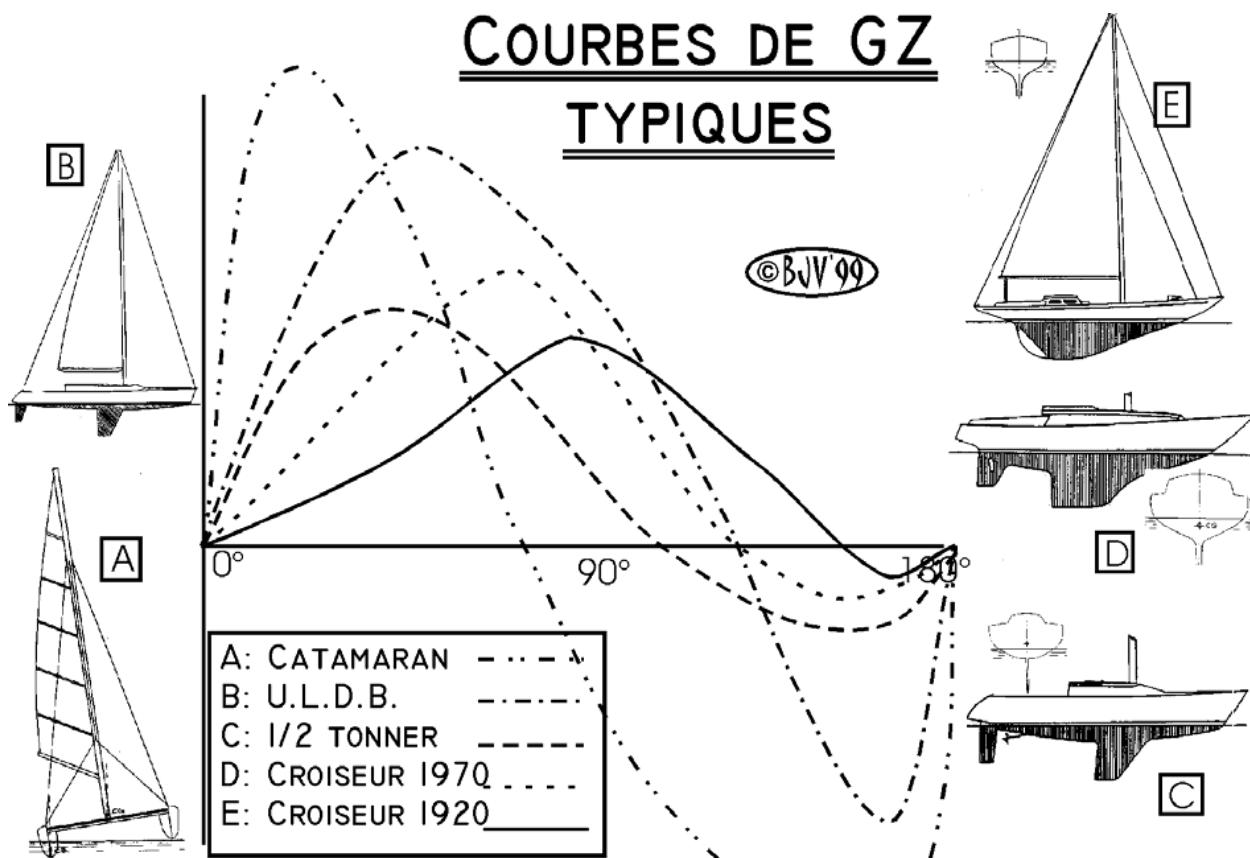
Sur cet exemple, la distance  $GZ$  est maximale pour un angle de gîte aux environs de  $70^\circ$  qui est l'angle de stabilité maximale. Si la force qui incline le bateau est plus grande que le moment redressant à ce point, le bateau se rapproche du point de chavirement. Bien souvent

toutefois, cette force est celle du vent dans les voiles et elle diminue au fur et à mesure que le bateau se couche.

Plus on incline le bateau au-delà de  $70^\circ$ , plus la distance  $GZ$  diminue jusqu'à un angle où  $Q$  est de nouveau exactement aligné avec  $G$  à  $120^\circ$ . Dans ce cas le bateau est en équilibre instable ; le moindre mouvement peut soit amorcer un redressement, soit causer un chavirement complet. En effet, après  $120^\circ$ ,  $Q=B$  est passé de l'autre côté de  $G$ , soit  $GZ < 0$  et le moment entre les deux forces contribue maintenant au chavirement. A  $180^\circ$ , le bateau est stable à l'envers.

Sans entrer dans les détails théoriques, quels sont les points à considérer ?

- Le point de chavirement doit être le plus loin possible.
- Le bras redressant à l'angle de stabilité maximale doit être le plus grand possible.
- La surface sous la courbe doit être la plus grande possible, en stabilité positive et la plus petite possible en stabilité négative. En effet la surface sous la courbe est l'intégrale du moment redressant, c'est-à-dire le travail nécessaire pour incliner le navire jusqu'au point de chavirement. Autant ce travail doit être grand pour le bateau droit, autant il est utile qu'il soit le plus petit possible pour le bateau chaviré. Il faudra en effet une vague assez forte pour fournir ce travail et ainsi redresser le bateau.



A. Catamaran : Dès que la coque au vent quitte l'eau, le centre de carène est dans la coque sous le vent et bouge relativement peu, le moment est alors déjà au maximum. Plus le bateau se lève, plus le moment diminue, et il devient négatif avant que le pont soit vertical à cause du poids du mât. L'angle de chavirement est donc inférieur à  $90^\circ$ .

B. ULDB : Ces bateaux très larges et de carène peu profonde ont une grande stabilité initiale de forme. Leur point de stabilité maximale est toutefois souvent assez bas et ils ne doivent un

point de chavirement acceptable qu'au poids de leur bulbe et à la longueur de leur quille. Malheureusement, une fois chavirés, leur grande largeur les rend assez stables également. On voit que la courbe descend beaucoup plus bas que celle des trois autres quillards.

C. Half tonner. Beaucoup de voiliers de course des années 1960 à 1980 ont été dessinés en fonction d'une jauge qui favorisait des formes extrêmes. Les architectes ont créé des bateaux qui manquent de certaines qualités. Dans l'exemple présent, on voit une bonne stabilité initiale et un bon bras de stabilité maximum, mais celui ci est à un faible angle de gîte (environ 40°). On voit un point de chavirement inférieur à 120°et une assez grande aire de stabilité inversée.

D. Croiseur 1970. On voit que ce bateau à tous les avantages sur le half tonner, à l'exception de sa stabilité initiale. Il gîtera donc plus vite sous l'influence d'un vent relativement faible, mais il faudra un vent beaucoup plus fort pour le coucher, une vague beaucoup plus forte pour le chavirer et une autre beaucoup plus faible pour le redresser. Bien sûr tout cela se fait au prix d'une vitesse de coque plus faible accompagnée d'un déplacement et d'une inertie plus grande à taille égale. La meilleure jauge pour la sécurité en mer est celle qui favorise ce type de construction, mais cela freine la recherche technologique et l'innovation.

E. Croiseur 1920. On voit ici le même raisonnement poussé à l'extrême. Très faible stabilité initiale donnant des bateaux extrêmement gîtards que le vent n'a aucune peine à amener presque mât dans l'eau. A ce point toutefois, ce bateau est à son couple maximum et il faudra encore fournir un travail considérable pour le retourner Une fois retourné, le moindre clapot suffit à le redresser tant il est instable. Cela est du à des caractéristiques généralement indésirables pour un croiseur moderne : faible largeur, faible franc-bord, quille très profonde et rapport de ballast proche de 50%.

## 8 - Annexe 2

A titre indicatif, les étapes pour exporter un résultat de calcul effectué par Flotcoq vers Libreoffice Calc sont les suivantes.

Ouvrir une page Libreoffice Writer (traitement de texte).

Ouvrir une page Libreoffice Calc (tableur).

Dans Flotcoq, après avoir effectué un calcul, soit point par point, suivi de "Exporter", soit avec "Courbe auto", cliquer sur le bouton "Sel" Angle. CTRL+C pour copier les valeurs des angles.

CTRL+V dans Libreoffice Writer pour coller la colonne des valeurs des angles.

Si les valeurs comportent un point décimal, et si Calc requiert requiert une virgule à la place du point :

CTRL+A permet de sélectionner toute la colonne,

"Edition", "Rechercher et remplacer", rechercher ". ." et remplacer par ", "

"Tout remplacer" et fermer la boîte de dialogue.

Sélectionner à nouveau toutes les valeurs par CTRL+A.

"Tableau", "Convertir", "Texte en tableau", "OK" dans la boîte de dialogue.

Faire 2 fois CTRL+A pour sélectionner tout le tableau.

CTRL+C pour copier le tableau.

Dans Libreoffice Calc, cliquer sur la case A1 et CTRL+V pour coller la colonne.

Faire de même pour une ou plusieurs colonnes de valeur de moments de redressement calculés par Flotcoq et copier ces valeurs dans les colonnes suivantes de Calc.

Pour tracer les courbes dans Calc :

"Insertion" "diagramme" "X Y dispersion", cocher "trier par valeur de X" "lignes seules" "Suivant".

A nouveau : "Suivant"

Remplacer le texte "Colonne B", "Colonne C", etc, par un titre explicite dans le champ "Plage pour nom". "Suivant".

Ajouter un titre, ainsi que le nom des variables en X (Angle en degrés) et en Y (Moment de redressement en N.m). Cocher "Grille X" et "Grille Y". "Terminer".

Changer éventuellement les valeurs min et max en cliquant sur une valeur de l'axe, en décochant "automatique" dans la boîte qui s'ouvre alors, et en indiquant une valeur plus appropriée (180 par exemple pour les abscisses).

Ceci permet de comparer plusieurs courbes pour des flotteurs différents sur le même graphique.