

# Gammes et Tempéraments : Accord des instruments

---

## 1 - Introduction

La gamme, dans la musique occidentale, est la division de l'octave en 12 demi-tons : DO3, DO#3, RE3, RE#3, MI3, FA3, FA#3, SOL3, SOL#3, LA3, LA#3, SI3, DO4 (les chiffres 3 et 4 précisent à quelle octave ces notes appartiennent : 1 = octave grave, ..., 6 = octave très aiguë). L'octave est l'intervalle entre 2 DO consécutifs et correspond à un doublement de fréquence.

L'idée la plus simple est de diviser l'octave DO3 - DO4 en 12 demi-tons égaux. Le rapport des fréquences pour un demi-ton est donc tel que, répercuté 12 fois entre les 12 demi-tons de la gamme, on obtienne le rapport 2 entre DO3 et DO4. Le rapport des fréquences entre 2 notes séparées d'un demi-ton est donc  $\sqrt[12]{2} = 1,059463094$  (racine 12<sup>ème</sup> de 2). En effet :

$$\sqrt[12]{2} \times \sqrt[12]{2} \times \sqrt[12]{2} \times \dots \times \sqrt[12]{2} = (\sqrt[12]{2})^{12} = 2$$

D'autres choix de division de l'octave peuvent être utilisés : on parle alors de **tempérament inégal**. La division en 12 demi-tons égaux correspond au **tempérament égal**.

Remarque : la question des tempéraments se pose principalement pour les instruments à clavier, dont l'accord est fait une fois pour toutes avant l'exécution d'un morceau. Un chanteur, un violoniste ou un trompettiste peut corriger la justesse à tout moment. Ces musiciens utilisent rarement le tempérament égal. A deux moments d'un morceau, ils utiliseront spontanément des intervalles musicaux différents du point de vue de leur justesse : on pourrait donc les qualifier de "multi-tempéraments".

## 2 - Préparation de Reason

Créer un dossier à la date du jour.

Prendre un rack vide. Insérer un "Combinator". Dans ce combinator, insérer 3 tables de mixage 14 : 2. Insérer dessous un "Subtractor".

Charger un patch "sinus.zyp" dans le subtractor, ou le reconstituer.

Le clavier Microkey KORG, sans transposition, joue du DO2 au DO5 lorsque le subtractor est en octave 3.

Modifier la forme d'onde : prendre une dent de scie (forme d'onde 0). Le son est alors riche en harmoniques, ce qui permet de mettre en évidence le caractère musical des différents tempéraments.

Enregistrer le patch du subtractor dans le dossier créé : "dent\_01.zyp"

Duplicer 36 fois le subtractor dans le combinator (clic droit --> dupliquer le module et les pistes). Renommer les 37 subtractors de haut en bas : DO2, DO#2, RE2, ..., DO5.

NE PAS LES JOUER : LE SON SERAIT TRES FORT.

Déplier "show programmer" du combinator. Affecter à chaque touche du clavier le subtractor qui produit cette note :

DO2	-->	C2
DO#2	-->	C#2
...		
DO5	-->	C5

Initialement, chaque touche jouait les 37 subtractors. Après le réglage ci-dessus, par exemple, seule la touche LA4 joue le subtractor LA4, et lui seulement.

ON PEUT ALORS JOUER.

Enregistrer le fichier Reason : "temp\_egal\_01.rns"

### 3 - Question fondamentale de l'accord d'un instrument à clavier

#### Définition des intervalles :

On appelle quinte l'intervalle qui sépare 5 notes. Par exemple : DO - SOL est une quinte car on peut compter les 5 notes : DO - RE - MI - FA - SOL. Autre exemple SI bémol - FA est une quinte : SI bémol - DO - RE - MI - FA. Plus précisément, une "quinte juste" comprend 7 demi-tons : Sib - SI - DO - DO# - RE - RE# - MI - FA. Une "quinte diminuée" comprend 6 demi-tons et une "quinte augmentée" comprend 8 demi-tons, toujours en séparant 5 notes. On ne considérera ici que des "quintes justes", qui pourront être "pures" ou non (voir ci-dessous pour la notion d'intervalle "pur").

On appelle tierce l'intervalle qui sépare 3 notes. Par exemple DO - MI est une tierce car on peut compter les 3 notes DO - RE - MI. On distingue les "tierces majeures" qui comprennent 4 demi-tons et les "tierces mineures" qui comprennent 3 demi-tons. On ne considérera ici que les tierces majeures, qui pourront être pures ou non.

Une octave sépare 8 notes et comprend 12 demi-tons. Par exemple : DO - RE - MI - FA - SOL - LA - SI - DO est la liste des notes dont les extrémités forment une octave.

#### Question fondamentale :

Cette question est : quel intervalle privilégié parmi l'octave (par ex : DO2 - DO3), la quinte (par ex : DO2 - SOL3, qui est en fait un redoublement de DO2 - SOL2) et la tierce (par ex :

DO2 - MI4, qui est en fait un redoublement de DO2 - MI2) ? Pour comprendre cette question, jouer et regarder la figure sur l'oscilloscope (2 ms/div) :

- DO2 et DO3 : suivant le décalage temporel entre l'enfoncement des 2 touches, la figure est différente, mais le son est stable et la figure aussi.

--> L'intervalle entre les 2 notes est "pur".

- DO2 et SOL3 : la figure n'est pas stable. Le battement sonore est bien perceptible entre DO4 et SOL 4.

--> L'intervalle de quinte pure n'est pas respecté.

- DO2 et MI4 : la figure n'est pas stable et on peut percevoir un battement ou une dureté dans l'accord DO4 - MI4.

--> L'intervalle de tierce pure n'est pas respecté.

La réponse à cette question est, soit de trouver un compromis acceptable pour les intervalles d'octave, de quinte et de tierce, en s'écartant légèrement du modèle des demi-tons égaux, soit de sacrifier un intervalle au profit d'un autre, ou d'une tonalité (fa # majeur par exemple) au profit d'une autre (sol majeur par exemple).

L'objectif est de mettre en valeur la musicalité des intervalles purs.

Différentes solutions ont été proposées. A l'exception de l'accord habituel du piano, où les octaves sont légèrement agrandies (rapport des fréquences un peu supérieur à 2), on impose aux octaves d'être pures (rapport des fréquences égal à 2).

## 4 - Le problème des quintes pures

Se placer sur le subtractor SOL3.

Jouer DO2 et SOL3. Modifier le réglage "Cent" (initialement à 0), en positif ou en négatif, de façon à stabiliser au mieux la figure à l'écran.

La valeur trouvée indique de combien de centièmes de demi-ton on doit agrandir la quinte du tempérament égal pour que cette quinte soit "pure". Un intervalle pur ne fait pas entendre de battements, sonne "pleinement", et sa figure est stable sur l'oscilloscope. Le rapport des fréquences des notes d'un intervalle pur est souvent un nombre entier ou une fraction simple, ici 3 pour DO2 et SOL3, 3/2 pour DO2 et SOL2.

Remarque d'ordre mathématique:

Le calcul théorique exact du nombre n de centièmes de demi-tons entre la quinte pure et la quinte du tempérament égal (celui de Reason par défaut) donne :

$$n = \frac{\log\left(\frac{f_1}{f_0}\right)}{\log(1200^{\sqrt[12]{2}})} \text{ dans le cas général de deux intervalles de rapports de fréquences } f_0 \text{ et } f_1, \text{ et :}$$

$$n = \frac{\log\left(\frac{3}{2}\right)}{\log\left(\sqrt[12]{2}\right)} = 1200 \times \frac{\log\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{7}{12} \times \log(2)}{\log(2)} \approx 1,955000678$$

dans le cas de la quinte pure  $f_1 = \frac{3}{2}$  et de

la quinte du tempérament égal  $f_0 = (\sqrt[12]{2})^7$ . Une quinte du tempérament égal vaut 7 demi-tons. Ce calcul fait intervenir la fonction logarithme log (népérien ou décimal, peu importe).

(fin de la remarque)

A partir de ce SOL3 corrigé, jouer RE2 et SOL3 (redoublement de quarte, qui a les mêmes vertus que la quinte, lorsqu'il s'agit de tempéraments).

Sur le subtractor RE2, régler l'accord en centièmes de tons pour que l'intervalle SOL3 - RE2 soit pur (pas de battement, figure stable sur l'oscilloscope).

Procéder de même avec les intervalles suivants (régler la 2<sup>ème</sup> note en se basant sur la 1<sup>ère</sup>) :

RE2 - LA3  
 LA3 - MI2  
 MI2 - SI3  
 SI3 - FA#2  
 FA#2 - DO#4 puis octave DO#4 - DO#3  
 DO#3 - SOL#2  
 SOL#2 - RE#3  
 RE#3 - LA#2  
 LA#3 - FA3  
 FA3 - DO3

Accorder les octaves :

SOL3 - SOL2  
 RE2 - RE3  
 LA3 - LA2  
 MI2 - MI3  
 SI3 - SI2  
 FA#2 - FA#3  
 DO#3 - DO#2  
 SOL#2 - SOL#3  
 RE#3 - RE#2  
 LA#2 - LA#3  
 FA3 - FA2

On constate que la note DO3 est 24 centièmes de demi-tons au dessus de l'accord du DO2, soit à peu près 1/8 ème de ton, ce qui est grand, et très perceptible si on joue les 2 notes DO2 - DO3 (l'impression est désagréable).

**On voit qu'on ne peut pas avoir simultanément toutes les quintes pures et toutes les octaves pures.**

Enregistrer le fichier Reason "temp\_quinte\_octave.rns"

Remarque : l'intervalle de  $N_p = 24$  centièmes de demi-tons, en fait plus rigoureusement :

$$N_p = 12 \times \frac{\log\left(\frac{3}{2}\right)}{\log\left(\sqrt[12]{2}\right)^7} = 12 \times 1200 \times \frac{\log\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{7}{12} \times \log(2)}{\log(2)} \approx 23,46000814 \text{ centièmes de demi-tons}$$

est appelé Comma Pythagoricien.

## 5 - Solution pour les quintes pures

Les tonalités les plus utilisées comportent peu d'altérations (peu de dièses # ou de bémols b). On sacrifie les tonalités qui ont beaucoup d'altérations comme Do # majeur ou Sol # majeur au profit des tonalités qui ont peu d'altérations. On sauve les octaves en sacrifiant une quinte, souvent DO# - SOL#.

On reprend le travail précédent (§ 4). On ajuste l'octave pure DO2 - DO3 en baissant DO3. On accorde les quintes pures (en accordant la 2<sup>ème</sup> note) :

DO2 - FA2

FA2 - LA#2

LA#2 - RE#2

RE#2 - SOL#2

Accorder les notes aiguës par des octaves pures en se basant sur les notes graves de DO2 à DO3.

Jouer quelques accords pour voir le caractère de chaque tonalité : elles sont toutes différentes, mais toutes jouables. Les quintes sont évidemment pures. Certaines tierces sont un peu dures, la tierce DO# - MI# est presque pure.

Cette façon d'accorder un instrument s'appelle le "Tempérament Pythagoricien". Il comporte 11 quintes pures, plus grandes que celles du tempérament égal, et une quinte très petite, raccourcie d'un comma pythagoricien. Voir le schéma "Cycle des quintes pour le tempérament pythagoricien".

Enregistrer le fichier Reason "pythagore.rns".

Remarque : le tempérament égal répartit le comma pythagoricien de façon égale sur chaque quinte. Les quintes du tempérament égal sont donc raccourcies d'un douzième de comma pythagoricien par rapport aux quintes pures, puisqu'il y a 12 quintes pour arriver à un redoublement de l'octave DO - DO :

DO - SOL - RE - LA - MI - SI - FA# - DO# - SOL# - RE# - LA# - FA - DO (puisque MI# = FA et SI# = DO). Voir le schéma "Cycle des quintes pour le tempérament égal".

## 6 - Le problème des tierces pures

Accorder les tierces:

DO3 - MI3 pure (en accordant vers le bas MI3)

MI3 - SOL#3 pure

SOL#3 - DO4 pure

On constate que DO4 est accordé environ 42 centièmes de demi-ton plus bas que DO3. Le problème des tierces et des octaves est encore plus grand que celui des quintes et des octaves : on ne pourra pas à la fois avoir toutes les tierces pures et toutes les octaves pures.

Remarque : avec les tierces pures intervient l'intervalle de 14 centièmes de demi-ton environ. La valeur théorique précise est :

$$n = \frac{\log\left(\frac{5}{4}\right)}{\log\left(\sqrt[12]{2}\right)^4} = 1200 \times \frac{\log\left(\frac{5}{4}\right) - \frac{1}{3} \times \log(2)}{\log(2)} \approx -13,68628614 \text{ centièmes de demi-ton. C'est la quantité}$$

dont est raccourcie une tierce pure par rapport à une tierce du tempérament égal. Cette quantité s'appelle le "Comma Syntonique". Le rapport des fréquences pour l'intervalle pur DO2 - MI4 est égal à 5, et le rapport des fréquences de MI2 à MI4 est égal à 4, donc le rapport des fréquences  $f_1 = \frac{5}{4} = 1,25$  pour la tierce pure DO2 - MI2. Il y a 4 demi-tons dans une tierce majeure, donc le rapport des fréquences pour une tierce majeure du tempérament égal est  $f_0 = (\sqrt[12]{2})^4 = \sqrt[3]{2} \approx 1,25992105$

## 7 - Solution pour les tierces pures

La recherche d'un accord qui favorise les tierces pures a abouti au "Tempérament Mésotonique", utilisé de façon quasi exclusive dans toute l'Europe aux XVI<sup>ème</sup> et XVII<sup>ème</sup> siècles. De nombreux musiciens l'utilisent encore aujourd'hui du fait du grand intérêt musical qu'il présente.

Il est schématisé sur le cercle "Cycle des quintes pour le tempérament mésotonique". Ce schéma indique la valeur d'accord en 100<sup>ème</sup> de demi-ton de chaque note et l'intervalle en fraction de comma (syntonique ici) dont on réduit ou augmente chaque quinte.

On cherche ici à avoir le maximum de tierces pures, en préservant toutes les octaves pures.

Onze quintes sont réduites d'un quart de comma syntonique, soit -3,421571534 centièmes de demi-ton. Il faut en effet 4 quintes pour former un redoublement de tierce, comme par exemple la tierce DO - MI :

DO - SOL - RE - LA - MI.

On répartit le comma sur les 4 quintes. 11 quintes sont alors accordées avec une réduction de - 1 / 4 de comma syntonique.

On peut calculer que la 12ème quinte doit être augmentée de 11/4 de comma syntonique, soit +37,63728689 centièmes de demi-ton. Cette quinte est inutilisable. C'est souvent la quinte SOL# - RE# ou la quinte RE# - LA#.

Dans le tempérament mésotonique, les tierces suivantes sont rigoureusement pures :

MI b - SOL

SI b - RE

FA - LA

DO - MI

SOL - SI

RE - FA #

LA - DO #

MI - SOL #

On note que pour le tempérament pythagoricien, on augmente 11 quintes de 2,1327 centièmes de demi-ton et que pour le tempérament mésotonique, on raccourcit 11 quintes de 3,3215 centièmes de demi-ton. Dans les 2 cas, la douzième quinte est sacrifiée.

Pour réaliser le tempérament mésotonique dans Reason, on arrondit au centième de demi-ton le plus proche la valeur entre crochets donnée dans le cycle des quintes de ce tempérament.

Enregistrer le fichier "mesotonique.rns".

Vérifier la pureté des intervalles de tierce et le fait que les intervalles de quinte (sauf SOL# - RE#) sont acceptables.

Jouer quelques accords pour percevoir la musicalité de ce tempérament. Un mouvement chromatique (gamme montée par demi-tons) est très coloré en mésotonique, car l'inégalité de ce tempérament est très prononcée. Le répertoire composé pour ce tempérament est immense.

Remarque 1 : de nombreux autres tempéraments inégaux, caractérisés par leur cycle des quintes, ont été proposés. Certains compositeurs contemporains occidentaux, en allant plus loin dans la recherche de l'accord d'un instrument à clavier, ont écrit pour des instruments accordés en quarts de ton au lieu des habituels demi-tons.

Remarque 2 : des instruments, en particulier des clavecins, mais aussi des claviers de synthétiseurs contemporains, ont été construits avec des "doubles feintes" (les touches noires d'un clavier) pour éviter la quinte problématique de ces tempéraments inégaux. Le musicien dispose alors de 2 RE# : le premier peut être joué dans un intervalle de tierce SI - RE# (ou de quinte SOL# - RE#) et le second dans un intervalle de tierce RE# - SOL (ou de quinte RE# - LA#).