Son et musique, porteurs d'information
Enseignement scientifique 1ère

TP liés :

Reconstruction harmonique d'un son :
Simulateur : http://www.tuclic.fr/exec/gene_osc_fourier_06css.htm
Doc - Énoncé : http://www.tuclic.fr/tuto_pdf_01/_01_reconstruction_harmonique_RDM_01.pdf

Gammes à demi-tons égaux :
Simulateur : http://www.tuclic.fr/exec/microtonus.htm
Doc - Énoncé : http://www.tuclic.fr/exec/tp_demitons.pdf ,
http://www.tuclic.fr/exec/doc_microtonus.pdf

Cycle des quintes :
Simulateur : http://www.tuclic.fr/exec/temperaments_04_firefox.htm
Doc - Énoncé : http://www.tuclic.fr/tuto_pdf_01/_01_temperaments_rtf_06_ut_02.pdf

1 - Généralités sur les sons - rappels

Un son est une variation petite mais rapide de la pression de l'air, perçue par nos oreilles. La pression atmosphérique à laquelle notre corps est soumis est de $101\,300\ pascals$ et la variation de pression à laquelle notre oreille est sensible est de $2 \cdot 10^{-5} Pa = 0,000\,02\ pascal$, ce qui est comparativement extrêmement petit.

On peut visualiser un son au moyen d'un microphone, qui transforme les variations de pression de l'air en une variation de tension électrique, elle-même visualisée avec un oscilloscope. Un microphone dit omnidirectionnel est dans son principe un capteur de la pression de l'air et un microphone dit directionnel cardioïde est un capteur de la vitesse de déplacement de l'air. Ce qu'on peut visualiser avec l'un ou avec l'autre est comparable. L'oscilloscope est adapté à des signaux périodiques, c'est-à-dire qui se répètent de façon identique dans le temps. L'oscilloscope se synchronise sur le signal électrique à visualiser, ce qui permet d'obtenir une courbe stable dans le temps sur son écran : en abscisse : le temps, en ordonnée : la valeur de la tension électrique.

La durée du motif qui se répète est sa période T en seconde et sa fréquence f en hertz (Hz) est le nombre de répétitions de ce motif pendant une seconde. On a : $f = \frac{1}{T}$ et $T = \frac{1}{f}$. On lit la période T sur l'écran en comptant le nombre de carreaux du motif horizontalement, multiplié par le calibre (base de temps) en millisecondes par carreau ou en microsecondes par carreau.

L'intensité sonore est liée à l'amplitude de la tension visualisée. On détermine celle-ci en comptant le nombre de carreaux verticalement entre le minimum et le maximum de la courbe sur l'écran de l'oscilloscope. Une grande intensité sonore se traduit par une grande hauteur de la courbe entre son minimum et son maximum.

Les fréquences audibles par l'oreille humaine s'étendent conventionnellement de $20\,Hz$ à $20\,000\,Hz$ du son le plus grave au plus aigu.

La forme du motif qui se répète est liée au timbre, par exemple caractéristique du violon, de la trompette ou de la flûte, ou encore de la voyelle chantée lorsqu'il s'agit de la voix humaine. Du point de vue de l'analyse mathématique, le timbre est lié à l'amplitude relative des différents harmoniques. Une fonction périodique $g(t)$ de période T, et donc telle que $g(t+T) = g(t)$ pour tout instant t, peut s'écrire comme une somme de sinusoïdes de fréquences multiples de la fréquence fondamentale $f_1 = \dfrac{1}{T}$:

$$g(t) = a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot \cos(2\pi\, f_i\, t + \phi_i) \text{ avec } f_i = i \cdot f_1\,.$$

A_i est l'amplitude de l'harmonique de rang i et ϕ_i est le terme de phase de cet harmonique, qui indique comment les différents harmoniques sont synchronisés avec la sinusoïde fondamentale de fréquence f_1. La théorie de Fourier permet de calculer les coefficients A_i et les termes de phase ϕ_i, et de préciser les conditions d'existence de ces coefficients et de convergence des sommes.

Un son dont le "motif" est complexe ou anguleux (par exemple obtenu par distorsion ou saturation) sera caractérisé par des amplitudes A_i pour les harmoniques de rang i élevé plus grandes que dans le cas d'un son doux très régulier dont le "motif" est de forme très arrondie. On parlera dans le premier cas d'un son riche en harmoniques.

Un appareil comme le "générateur basse fréquence" (GBF) produit à la demande des tensions sinusoïdales (sans aucun harmonique), des tensions "triangulaires" ou des tensions "carrées".

L'instrument de musique appelé synthétiseur produit de façon électronique ou logicielle des sons de formes diverses, et peut utiliser la reconstitution harmonique (somme de tensions sinusoïdales) comme procédé. Bien d'autres procédés sont également utilisés dans ces instruments.

2 - Association de sons

Expérience avec un oscilloscope et le générateur de sons :
http://www.tuclic.fr/exec/temperaments_04_firefox.htm

On joue 2 notes séparées par une octave (par exemple DO2 et DO3) sur le clavier virtuel de l'application. On peut visualiser l'une puis l'autre, puis les 2 notes en même temps. Suivant la durée qui sépare l'appui sur les touches, la figure différera mais elle est stable (rapport de fréquence simple entre ces 2 notes, ici 2).

On peut maintenant jouer un DO3 et un SOL3. Cette fois-ci, la figure n'est pas stable car la fréquence du SOL3 diffère légèrement du rapport 3/2 avec le DO3.

On voit une "petite bosse" qui se déplace sur la "grosse bosse". L'application permet d'augmenter légèrement la fréquence du SOL3, ce qui permet de stabiliser la figure sur l'oscilloscope. On entend une consonance particulière à ce moment. On peut inversement dire que l'écart initial conférait une certaine brillance à l'accord DO3 - SOL3 (quinte juste, soit 7 demi-tons, à ne pas confondre avec le qualificatif de "pur" pour un intervalle musical, qui signifie alors l'absence de battement audible, et corrélativement une figure stable sur l'oscilloscope et un rapport de fréquences simple entre les 2 notes.

3 - Gamme

En musique occidentale, la hauteur des sons respecte une répartition en une progression de 12 notes, appelée gamme chromatique. On divise l'octave en 12 intervalles, soit 12 demi-tons entre DO et le DO suivant. Ces notes sont les suivantes : DO1 - DO# = RÉb - RÉ - RÉ# = MIb - MI - FA - FA# = SOLb - SOL - SOL# = LAb - LA - LA# = SIb - SI - DO2. DO1 et DO2 sont séparés d'une octave. On a à première vue la même hauteur pour le DO# (DO dièse, un demi-ton au dessus du DO) et le RÉb (RÉ bémol, un demi-ton au dessous du RÉ).

Une gamme majeure progresse de la façon suivante : DO - 1 ton - RÉ - 1 ton - MI - 1/2 ton - FA - 1 ton - SOL - 1 ton - LA - 1 ton - SI - 1/2 ton - DO . De la musique dans la tonalité de DO majeur utilisera les notes ci-dessus. Les autres tonalités nécessiteront d'utiliser des notes avec des dièses ou avec des bémols pour respecter la même alternance - ton - ton - 1/2 ton - ton - ton - ton - 1/2 ton - en partant d'une autre note que DO.

4 - Tempérament égal

Depuis l'invention du piano sous sa forme et sa sonorité actuelles, on a privilégié l'égalité des demi-tons, soit l'égalité du rapport a entre les fréquences f de 2 notes consécutives dans la division en 12 intervalles de l'octave. Par exemple :

$$\frac{f_{DO\#}}{f_{DO}} = \frac{f_{SOL}}{f_{FA\#}} = \frac{f_{SI\flat}}{f_{LA}} = a = demi - ton \quad \text{etc.}$$

On trouve alors immédiatement, en appelant a le rapport de fréquence constant qui correspond à la division de l'octave en 12 demi-tons égaux :

$$\underbrace{\text{DO1 - DO\# - RÉ - RÉ\# - MI - FA - FA\# - SOL - SOL\# - LA - LA\# - SI - DO2}_{a \quad a \quad a \quad a \quad a \quad a \quad a \quad a \quad a \quad a \quad a \quad a}_{=2}$$

$a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a = a^{12} = 2$ ce qui est équivalent à :

$$a = \sqrt[12]{2} = 2^{\left(\frac{1}{12}\right)} \approx 1,059\,463\,094$$

du fait du rapport de fréquences 2 pour 2 notes séparées d'une octave.

5 - Comma pythagoricien

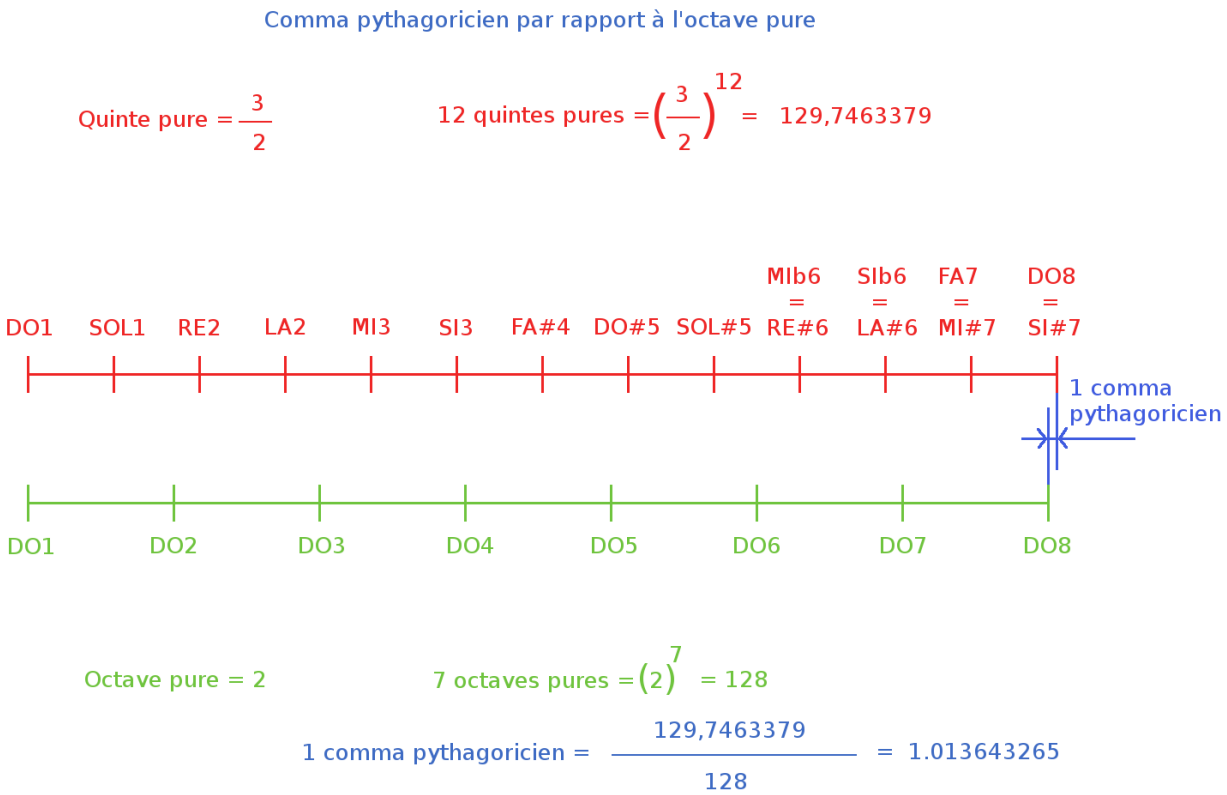
Partant d'une note, par exemple DO1, on constate qu'une progression par quintes conduit du DO1 au DO8, en passant par les 12 notes de la gamme. Ainsi, 12 quintes correspondent à 7 octaves.

Dans l'hypothèse où les quintes sont pures, elles correspondent à un rapport de fréquence $\frac{3}{2}$. La succession des 12 quintes pour aller du DO1 au DO8 correspond alors à un rapport de fréquence $(\frac{3}{2})^{12} \approx 129,7463379$.

Une octave pure correspond à un rapport de fréquence 2. Le rapport de fréquence entre le DO1 et le DO8, soit 7 octaves pures, est donc $2^7 = 128$, légèrement plus petit que lors de la progression par les 12 quintes pures.

Le très petit intervalle qui sépare ces 2 façons d'aller du DO1 au DO8 est appelé le "comma pythagoricien". Le rapport de fréquence de ce très petit intervalle est :

$$1 \quad comma \quad pythagoricien = \frac{(\frac{3}{2})^{12}}{2^7} \approx \frac{129,7463379}{128} \approx 1,013643265 \ .$$



Ceci montre qu'on ne peut pas avoir à la fois 12 quintes pures et des octaves pures.

6 - Comma syntonique

Partant d'une note, par exemple DO1, on constate qu'une progression par quintes conduit du DO1 au MI3. Ainsi 4 quintes correspondent à 2 octaves (DO1 - DO3) + 1 tierce majeure (DO3 - MI3).

Dans l'hypothèse où les quintes sont pures, elles correspondent à un rapport de fréquence $\frac{3}{2}$. La succession des 4 quintes pour aller du DO1 au MI3 correspond alors à un rapport de fréquence $(\frac{3}{2})^4 = 5,0625$.

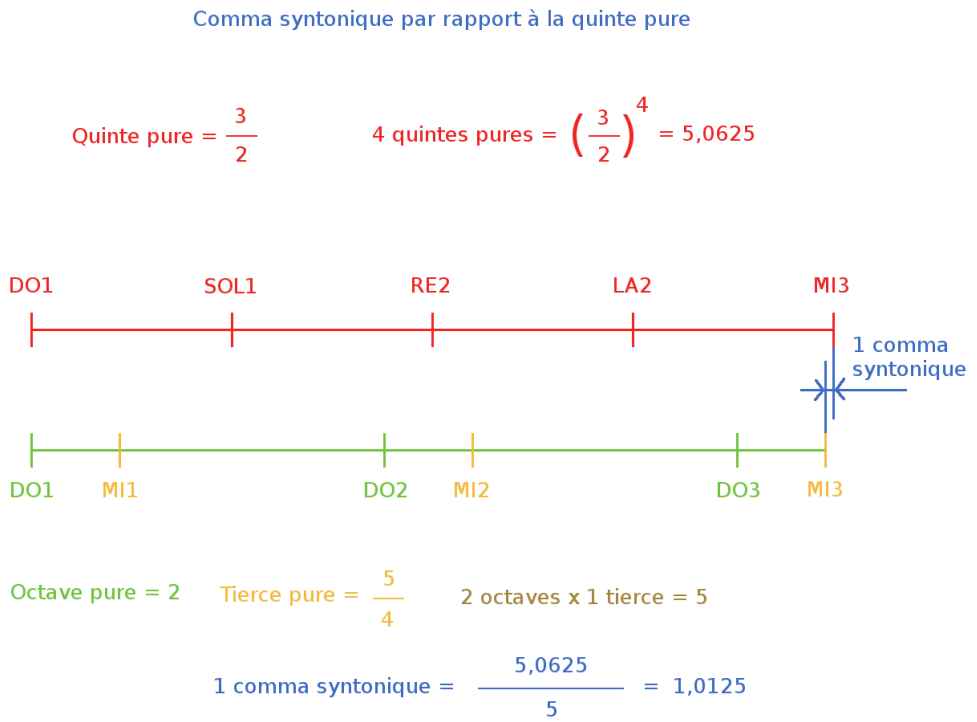
Une octave pure correspond à un rapport de fréquence 2. Le rapport de fréquence entre le DO1 et le DO3, soit 2 octaves pures, est donc $2^2 = 4$.

Une tierce majeure pure correspond à un rapport de fréquences $\frac{5}{4} = 1,25$.

La juxtaposition des 2 octaves pures DO1 - DO3 et de la tierce pure DO3 - MI3 correspond à un rapport de fréquences $2 \times 2 \times \frac{5}{4} = 5$, légèrement plus petit que lors de la progression par les 4 quintes pures.

Le très petit intervalle qui sépare ces 2 façons d'aller du DO1 au MI3 est appelé le "comma syntonique". Le rapport de fréquence de ce très petit intervalle est :

$$1 \quad comma \quad syntonique = \frac{(\frac{3}{2})^4}{5} = \frac{5,0625}{5} = 1,0125 .$$



On peut également pour des raisons pratiques, définir le comma syntonique par rapport à la quinte du tempérament égal dont le rapport de fréquence est :

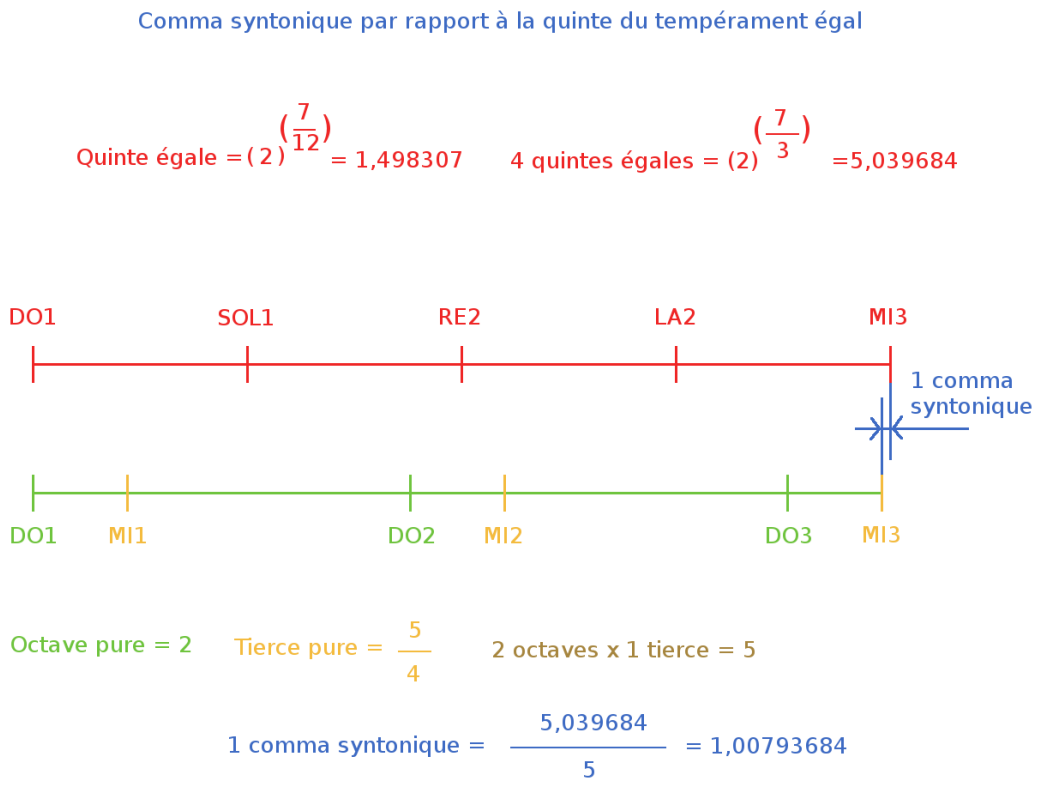
$$2^{(\frac{7}{12})} \approx 1,498307077$$

La valeur de 4 quintes correspond au rapport de fréquences :

$$2^{(\frac{7}{12}\times 4)} = 2^{(\frac{7}{3})} \approx 5,039684199$$

Le comma syntonique par rapport à la quinte du tempérament égale est alors :

$$\frac{2^{(\frac{7}{3})}}{5} \approx \frac{5,039684199}{5} \approx 1,00793684\ .$$



Ceci montre qu'on ne peut pas avoir à la fois toutes les tierces pures et toutes les quintes pures, ni avoir toutes les tierces pures et toutes les octaves pures, bien que des instruments aient été construits avec 2 touches pour la "même" note, pour privilégier des intervalles purs.

7 - Tempéraments

Beaucoup d'encre a coulé sur la façon de placer précisément en fréquence, donc en hauteur des notes, les 11 notes intermédiaires entre DO1 et DO2.

Cela a été, et c'est toujours pour certains spécialistes, un **problème pratique** pour la fabrication et l'accord (le réglage de la hauteur des notes) des instruments de musique, avant d'être un sujet de défoulement pour les mathématiciens et les physiciens.

L'évolution des réponses à ce problème concret est parfaitement **audible** musicalement.

L'oreille humaine est sensible au rapport des fréquences plus qu'à la différence des fréquences lorsqu'on mélange 2 sons.

Par ailleurs, l'oreille humaine et le cerveau identifient la présence de 2 sons, contrairement à ce qui se passe pour la vision, où le mélange de lumière monochromatique rouge et de lumière monochromatique verte est perçu par le cerveau comme une seule couleur : du jaune, sans le distinguer de la vraie couleur monochromatique jaune.

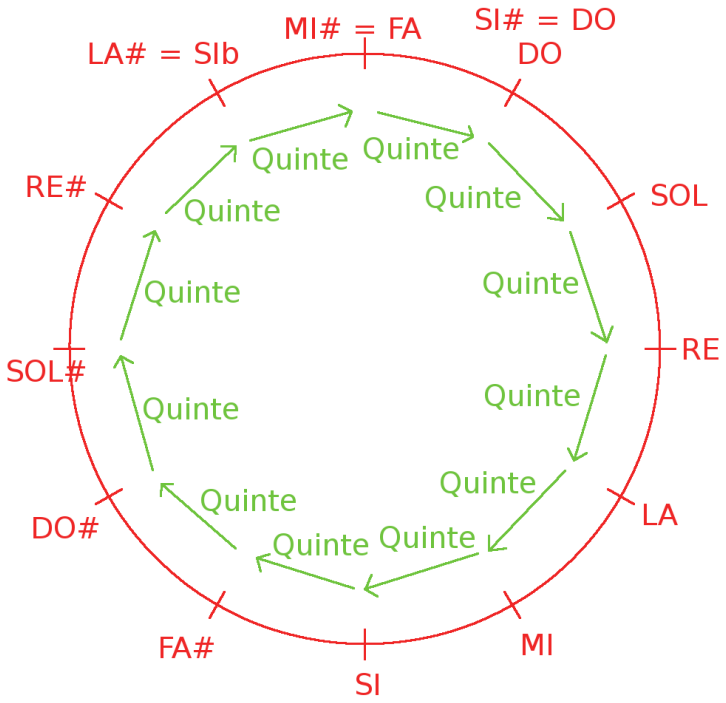
Les intervalles entre 2 notes seront donc caractérisés physiquement par le rapport de fréquence entre ces 2 notes.

On a vu expérimentalement juste avant que des rapports entiers ou des fractions simples correspondent à des sensations auditives particulières. Ceci est pris en compte pour l'accord des instruments.

7 - Tempéraments inégaux

La division de l'octave en 12 demi-tons égaux n'a pas toujours été considérée comme la meilleure.

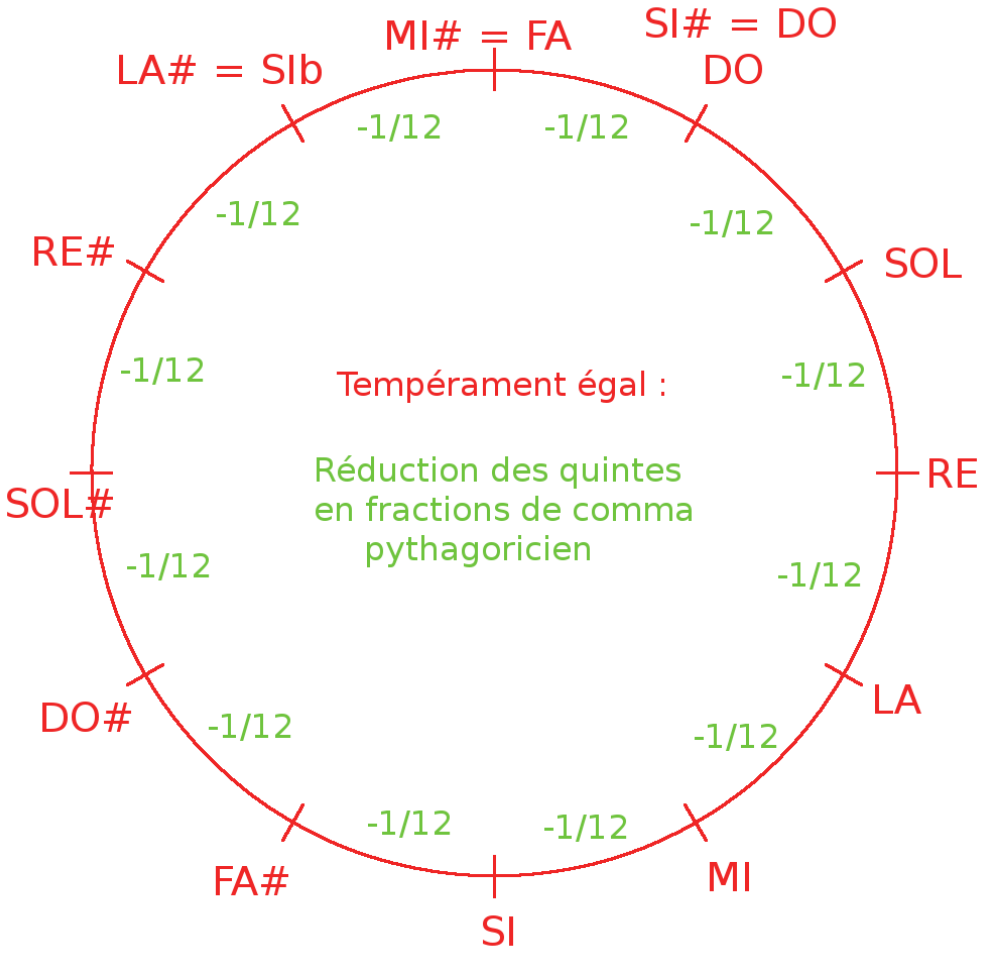
On indique sur le cycle des quintes le nombre de commas dont les quintes sont rétrécies ou élargies.

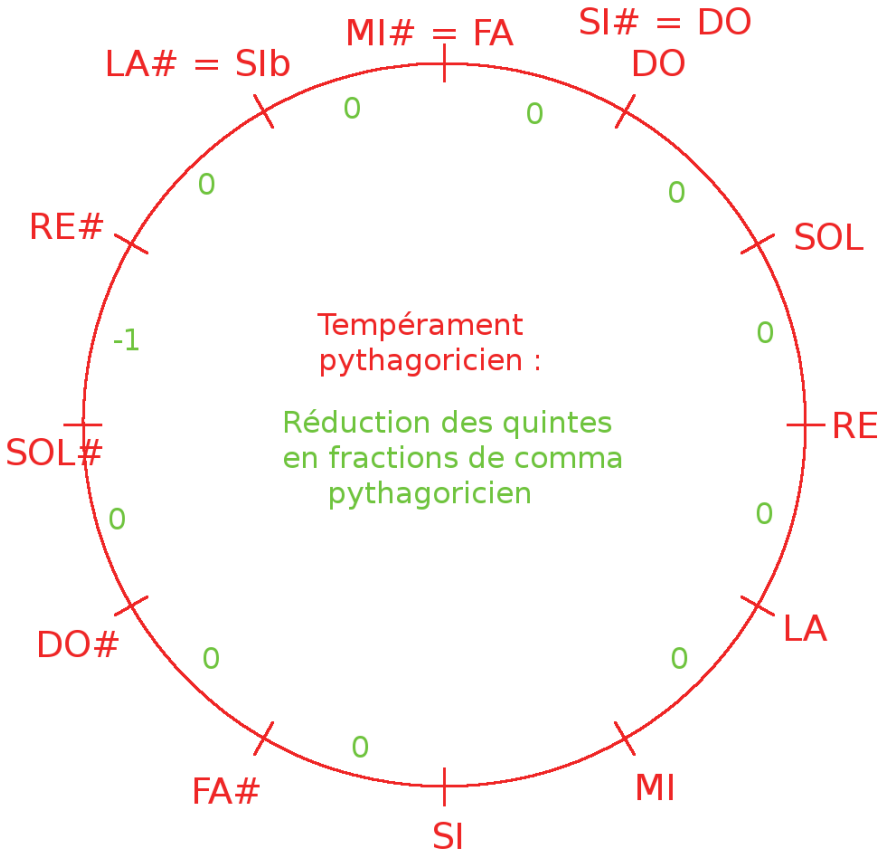


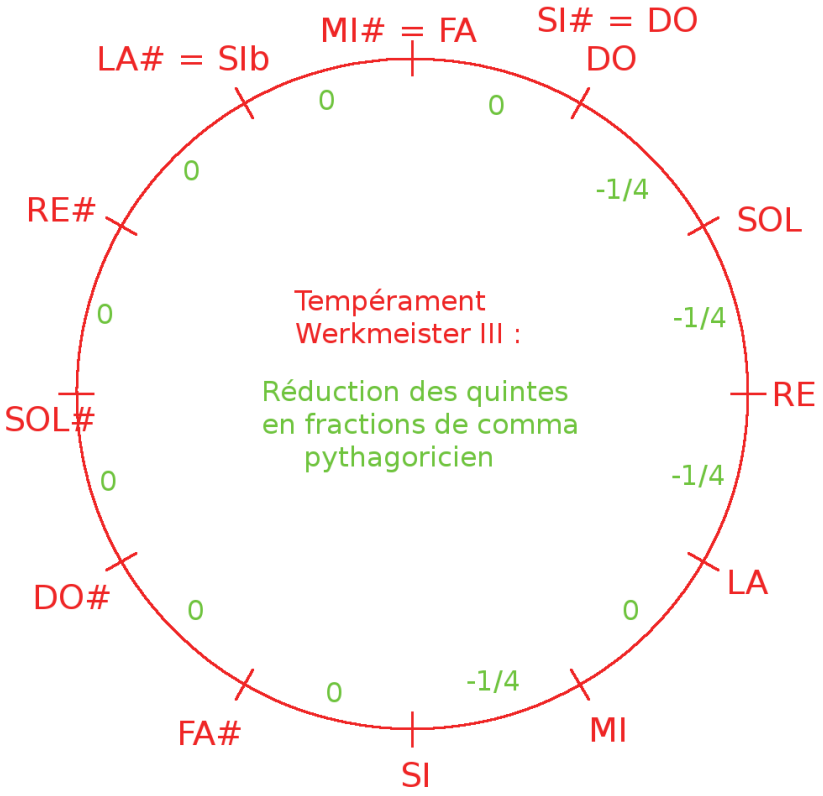
Exemples : tempérament Werkmeister III pour J-S. Bach, tempérament mésotonique au XVIème et XVIIème siècles. Le tempérament pythagoricien, avec une seule quinte raccourcie et toutes les autres pures, reste un tempérament théorique sans réelle utilisation musicale.

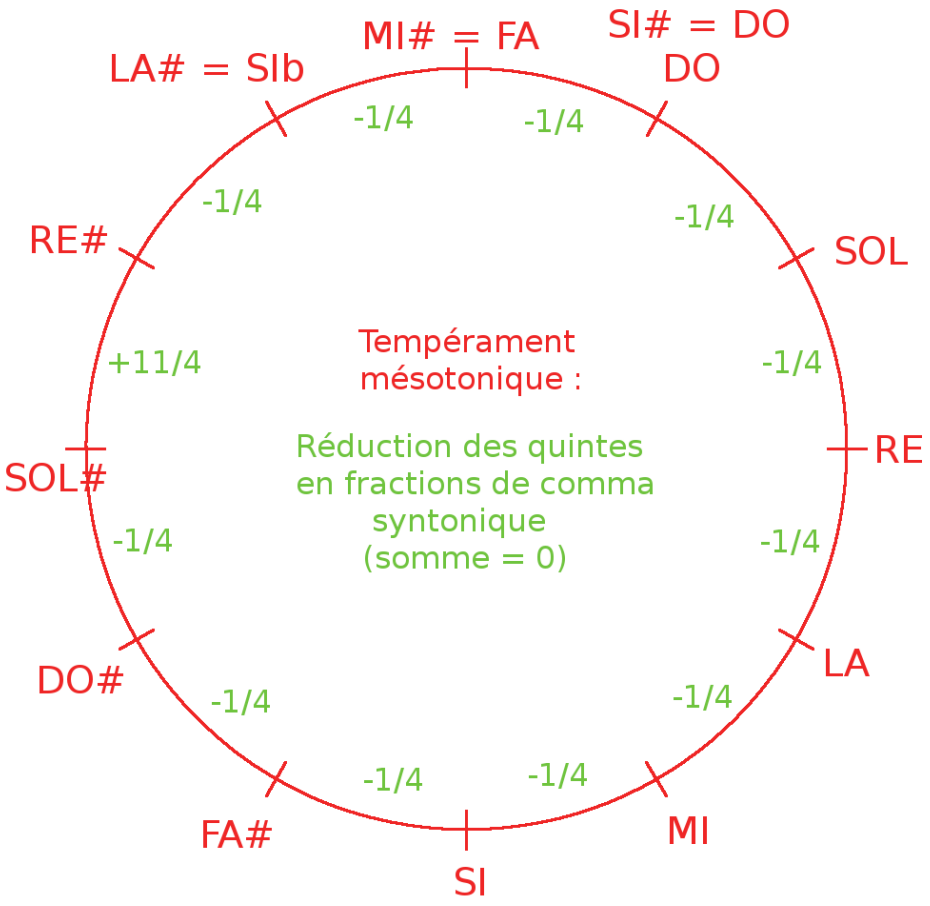
Dans tous les cas, il s'agit de voir comment on répartit le comma pythagoricien sur une ou plusieurs quintes : la somme sur tout le cercle donne toujours -1.

Le tempérament mésotonique vise l'obtention de tierces pures au dépend des quintes, et est donc décrit en termes de commas syntoniques, définis ici par rapport au tempérament égal. La somme des fractions de comma est alors égale à zéro. Ce tempérament est intéressant du fait de ses 8 tierces pures.




MI# = FA
SI# = DO
DO
LA# = SIb
SOL
RE#
RE
SOL#
LA
DO#
MI
FA#
SI
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
-1
Tempérament
pythagoricien :
Réduction des quintes
en fractions de comma
pythagoricien


MI# = FA
SI# = DO
DO
LA# = SIb
SOL
RE#
RE
SOL#
LA
DO#
MI
FA#
SI
0
0
0
-1/4
0
-1/4
0
-1/4
0
0
0
-1/4
0
Tempérament
Werkmeister III :
Réduction des quintes
en fractions de comma
pythagoricien


MI# = FA
SI# = DO
DO
SOL
RE
LA
MI
SI
FA#
DO#
SOL#
RE#
LA# = SIb
-1/4
-1/4
-1/4
-1/4
-1/4
-1/4
-1/4
-1/4
-1/4
-1/4
-1/4
+11/4
Tempérament
mésotonique :
Réduction des quintes
en fractions de comma
syntonique
(somme = 0)